1. $Z_I = \frac{-1+2e^{i\theta}}{2} = -0,5+e^{i\theta}$ $\Rightarrow Z_I+0,5 = e^{i\theta}$
2. $Z_I=-0,5+e^{i\theta}$ l'ensemble des points I l'orsque θ varie dans $[0;2\pi[$ est le cercle de rayon 1 Et de centre le point B d'affixe -0,5
3. Le point A d'affixe -1 ;donc les points O et A sont sur l'axe des abscisses
   Pour que le point I soit aussi sur l'axe des abscisses il faut que $Im(Z_I=-0,5+e^{i\theta}) = 0$
   $\Rightarrow \sin(\theta)=0 \Rightarrow \theta=0$ ou $\theta=\pi$ (car $\theta \in [0;2\pi[$)

EX 17 PAGE32:

1. $z^2-2z+1+a^2=0 \Leftrightarrow (z-1)^2-(ia)^2=0 \Leftrightarrow z-1=ia$ ou $z-1=-ia \Leftrightarrow z=1+ia$ ou $z=1-ia$ $S_C=\{1+ia;1-ia\}$
2. a/ O,A et B alignées ssi $\frac{Z_A}{Z_B}$ réel ssi $\frac{1+ia}{1-ia}$ réel ssi $\frac{1-a_2+ia_1}{1+a_2-ia_1}$ réel
   ssi $(1-a_2+ia_1).(1+a_2+ia_1)$ réel ssi $(1-a_2)a_1+a_1(1+a_2)=0$
   ssi $2a_1=0$ ssi $a_1=0$
   b/ $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OB}$ sont orthogonaux ssi $\frac{Z_A}{Z_B}$ imaginaire ssi $\frac{1+ia}{1-ia}$ imaginaire
   ssi $\frac{1-a_2+ia_1}{1+a_2-ia_1}$ imaginaire ssi $(1-a_2+ia_1).(1+a_2+ia_1)$ imaginaire
   ssi $(1-a_2)(1+a_2)-a_1a_1=0$ ssi ${a_1}^2+{a_2}^2=1$ ssi $|a|=1$
3. a/ $1+e^{ix}=e^{i0}+e^{ix}=e^{i\frac{x}{2}}\underbrace{\left(e^{-i\frac{x}{2}}+e^{i\frac{x}{2}}\right)}_{2\cos(\frac{x}{2})}=2\cos(\frac{x}{2})e^{i\frac{x}{2}}$

   $1-e^{ix}=e^{i0}-e^{ix}=e^{i\frac{x}{2}}.\underbrace{\left(e^{-i\frac{x}{2}}-e^{i\frac{x}{2}}\right)}_{-2i\sin(\frac{x}{2})}=-2i\sin(\frac{x}{2}).e^{i\frac{x}{2}}$

   b/

$$1+ia=1+ie^{i\alpha}=1+e^{i\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right)}=2\cos(\frac{\alpha}{2}+\frac{\pi}{4})e^{i(\frac{\alpha}{2}+\frac{\pi}{4})}$$

$$1-ia=1-ie^{i\alpha}=1-e^{i\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right)}=-2i\sin(\frac{\alpha}{2}+\frac{\pi}{4})e^{i(\frac{\alpha}{2}+\frac{\pi}{4})}$$

   c/ on a $a=e^{i\alpha} \Rightarrow |a|=1$ donc $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OB}$ sont orthogonaux $\Rightarrow$OAB est rectangle en O
   pour que OAB soit isocèle en O il faut et il suffit que OA=OB

$$\Leftrightarrow |1+ia|=|1-ia| \Leftrightarrow \left|\cos(\tfrac{\alpha}{2}+\tfrac{\pi}{4})\right| = \left|\sin(\tfrac{\alpha}{2}+\tfrac{\pi}{4})\right| \quad (-\tfrac{\pi}{2}<\alpha<\tfrac{\pi}{2} \rightarrow 0<\tfrac{\alpha}{2}+\tfrac{\pi}{4}<\tfrac{\pi}{2})$$

$$\Leftrightarrow \tfrac{\alpha}{2}+\tfrac{\pi}{4}=\tfrac{\pi}{4} \Leftrightarrow \alpha=0 \Leftrightarrow a=1$$

   Conclusion : pour que OAB soit un triangle rectangle et isocèle en O il faut que a=1

Qarray.tn -Agra Blech- Qarray.tn